

**Modellierung elastoplastischer Materialien
mit isotroper und kinematischer Verfestigung**

CES-Seminar

Aachen, Wintersemester 2012/13

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung	1
1.1 Elastoplastizität	1
1.2 Verfestigung	2
1.2.1 Isotrope Verfestigung	3
1.2.2 Kinematische Verfestigung	3
2 Nichtlineare kinematische Verfestigung bei großen Verformungen	5
2.1 Rheologisches Modell (nach Armstrong-Frederick)	5
2.2 Kontinuumsmechanische Erweiterung	6
3 Numerische Implementierung	10
3.1 Rückwärts-Euler-Verfahren	10
3.2 Modifiziertes Rückwärts-Euler-Verfahren	11
3.3 Exponential Map Algorithmus	11
Literaturverzeichnis	13

1 Einführung

Diese Arbeit wurde im Rahmen des *CES Seminars* des Masterstudiengangs *Computational Engineering Science* an der *RWTH Aachen* im Wintersemester 2012/13 verfasst. Ziel war es, die Ideen der Hauptreferenz *On the modelling of non-linear kinematic hardening at finite strains with application to springback – comparison of time integration algorithms* von Ivaylo Vladimirov, Michael Pietryga und Stefanie Reese [2] aufzuarbeiten und zusammenzufassen.

Der theoretische Teil von [2] befasst sich mit einem Modellierungsansatz für kinematische Verfestigung, welcher basierend auf dem rheologischen Modell von Armstrong-Frederick eine Betrachtung auch für beliebig große Verformungen erlaubt. Des Weiteren behandelt das Paper die numerische Implementierung des Modells und stellt eine Modifizierung des Rückwärts-Euler Verfahrens und den *Exponential Map Algorithmus* vor, welche plastische InkompRESSibilität gewährleisten.

1.1 Elastoplastizität

In der Werkstoffkunde bezeichnet der Begriff *Elastizität* die Eigenschaft eines Materials, nach einer Deformierung wieder die ursprüngliche Gestalt anzunehmen. Im Gegensatz dazu versteht man unter dem Begriff *Plastizität*, dass nach der Verformung eine Restdeformation erhalten bleibt.

Man spricht von *elastoplastischem* Materialverhalten, wenn sich der Werkstoff bis zu einer gewissen Spannung elastisch verhält und sich ab dieser *Fließgrenze* plastisch verformt. In Abbildung 1.1 ist der Spannungs-Dehnungs-Verlauf für ein Material dargestellt, welches sich bis zur Fließgrenze linear elastisch verhält. Die Steigung dieser Geraden wird als *Elastizitätsmodul* E bezeichnet.

Im dreidimensionalen Fall wird die Fließgrenze als sog. *Fließfläche* dargestellt. Die Fließfläche umschließt den Zustandsbereich, innerhalb dessen sich das Material elastisch verhält. Plastisches Verhalten tritt auf, wenn ein Zustand auf der Fließfläche erreicht wird, wobei bei weiter steigender Spannung die Fließfläche nicht überschritten werden kann. Wächst die Spannung weiter als es die ursprüngliche Fließfläche zulässt, findet eine Transformation der Fließfläche statt, sodass der Spannungszustand niemals außerhalb der Fläche liegt. Diesen Vorgang bezeichnet man als *Verfestigung*.

Die *Fließfunktion* $\Phi(\sigma)$ gibt an, ob der Spannungszustand in der Fließfläche und somit im elastischen Bereich ist ($\Phi < 0$) oder ob der Spannungszustand genau auf der Fließfläche liegt ($\Phi = 0$). Ein

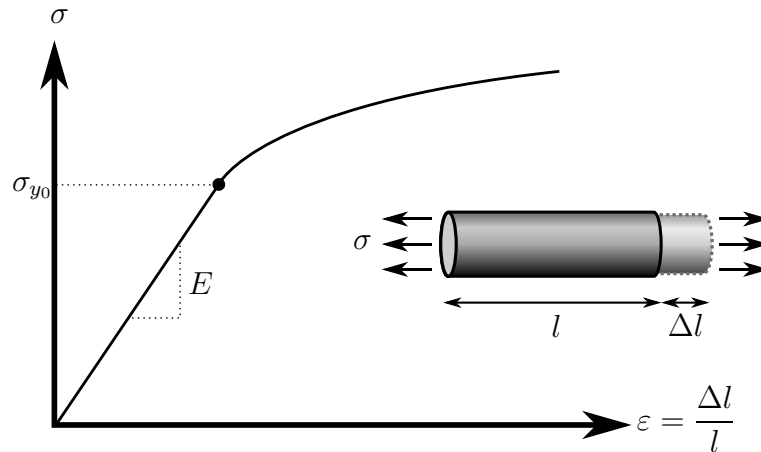


Abbildung 1.1: Spannungs-Dehnungs-Kurve bei elastoplastischem Materialverhalten

$\Phi > 0$ ist nicht zulässig, da, wie oben beschrieben, der Spannungszustand nicht außerhalb der Fließfläche liegen kann. Wie in Abbildung 1.2 dargestellt, lässt sich die *Fließfläche nach von Mises* im Hauptspannungsraum als ein Zylinder entlang der *hydrostatischen Achse* ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$) darstellen.

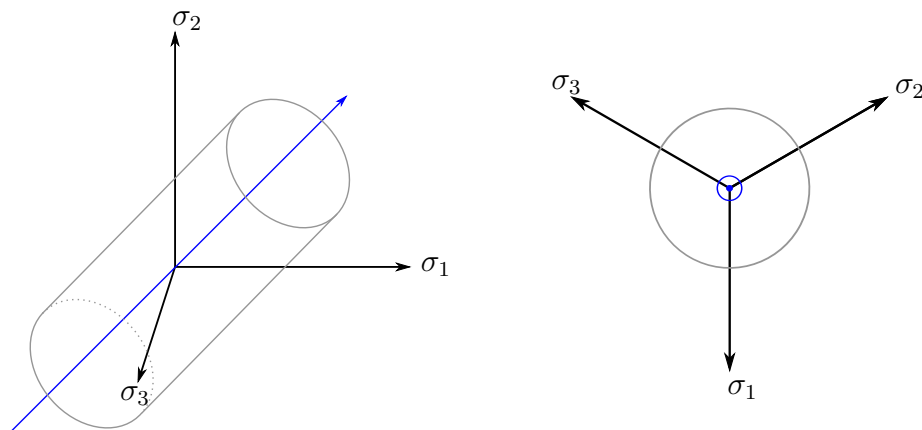


Abbildung 1.2: von Mises Fließfläche (grau) mit hydrostatischer Achse (blau)

1.2 Verfestigung

In der Werkstoffkunde versteht man unter dem Begriff Verfestigung eine sich aufgrund plastischer Verformung einstellende Erhöhung der mechanischen Festigkeit. In Zugexperimenten zeigt sich Verfestigung im Spannungs-Dehnungs-Diagramm, wenn nach dem Erreichen der Fließgrenze die Spannung weiter ansteigt. Man unterscheidet zwischen isotroper (Abschnitt 1.2.1) und kinematischer (Abschnitt 1.2.2) Verfestigung, wobei in der Praxis beide Arten gemeinsam auftreten.

1.2.1 Isotrope Verfestigung

Isotrope Verfestigung ist gekennzeichnet durch eine gleichmäßige Aufweitung der ursprünglichen Fließfläche, ohne dass es zu einer Formveränderung oder Translation kommt. Das rheologische Modell für isotrope Verfestigung besteht aus einem Reibelement und einer Feder, welche in Reihe geschaltet sind.

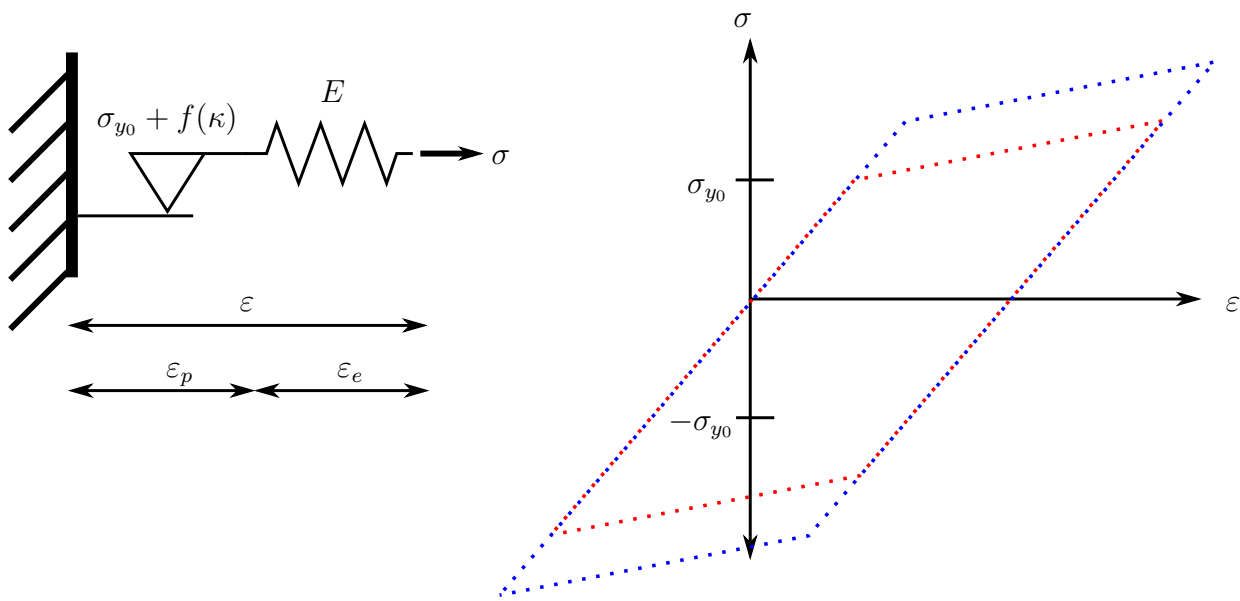


Abbildung 1.3: Rheologisches Modell für isotrope Verfestigung und Spannungs-Dehnungs-Diagramm für ersten (rot) und zweiten (blau) Belastungszyklus

Die Fließspannung des Reiblements wird nicht als konstant angenommen, sondern hängt von der sogenannten *akkumulierten plastischen Dehnung* κ ab, welche den Absolutbetrag aller plastischen Dehnungen aufsummiert. κ ist somit monoton steigend. Für lineare isotrope Verfestigung ist die Funktion $f(\kappa)$ linear. Für die Spannung ergibt sich:

$$\sigma = \sigma_{y0} + f(\kappa) = E \cdot (\varepsilon - \varepsilon_p) \quad (1.1)$$

Im dreidimensionalen Fall einer *von Mises Fließfläche* zeigt sich isotrope Verfestigung durch eine Vergrößerung des Zylinderradius im Hauptspannungsraum.

1.2.2 Kinematische Verfestigung

Kinematische Verfestigung ist charakterisiert durch eine reine Translation der ursprünglichen Fließfläche, ohne dass sich dabei ihre Form verändert. Das rheologische Modell für kinematische Verfes-

tigung besteht aus der Reihenschaltung einer Feder (E_1) mit der Parallelschaltung einer Feder (E_2) und eines Reiblements.

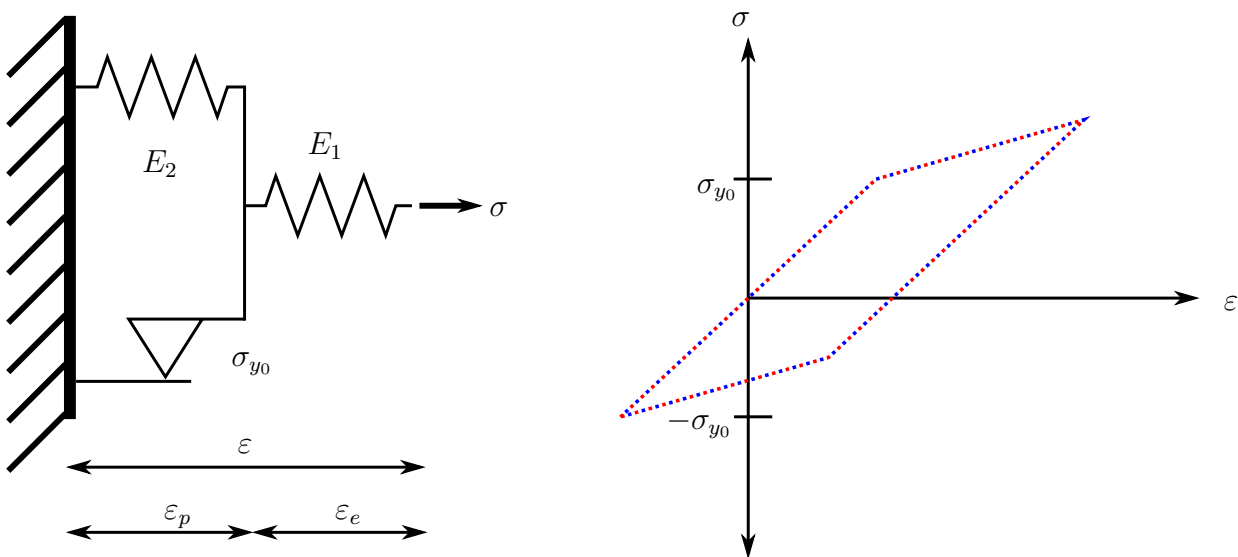


Abbildung 1.4: Rheologisches Modell für kinematische Verfestigung und Spannungs-Dehnungs-Diagramm für ersten (rot) und zweiten (blau) Belastungszyklus

Für die Spannung ergibt sich:

$$\sigma = \sigma_{y0} + E_2 \cdot \varepsilon_p = E_1 \cdot (\varepsilon - \varepsilon_p) \quad (1.2)$$

Im dreidimensionalen Fall einer *von Mises Fließfläche* zeigt sich kinematische Verfestigung durch eine translatorische Verschiebung des Zylinders im Hauptspannungsraum.

2 Nichtlineare kinematische Verfestigung bei großen Verformungen

2.1 Rheologisches Modell (nach Armstrong-Frederick)

Das rheologische Modell nach *Armstrong-Frederick* (Abbildung 2.1) beschreibt kinematische Verfestigung für kleine Dehnungen. Es besteht aus einem Reibelement, einem Dämpfer und zwei Federn. Neben dem elastischen Anteil der Verformung ε_e , existiert ein plastischer Anteil ε_p , welcher zusätzlich in einen elastischen (ε_{pe}) und einen inelastischen (ε_{pi}) Verformungsanteil zerlegt werden kann. Der Parameter b ist dimensionslos und $\dot{\lambda}$ bezeichnet den plastischen Multiplikator.

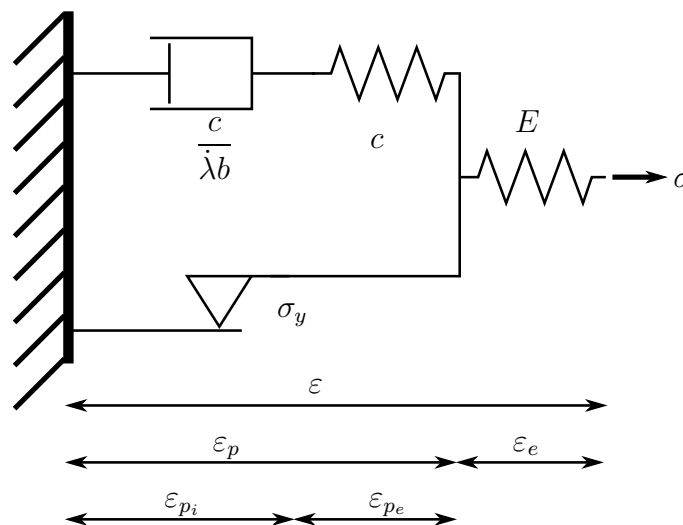


Abbildung 2.1: Rheologisches Modell für kinematische Verfestigung nach Armstrong-Frederick

Die treibende Kraft der plastischen Deformierung ist die effektive Spannung $\sigma - \chi$, wobei σ die gesamte Spannung und χ die Rückspannung angibt. Die Rückspannung χ wird durch die innere Feder generiert und repräsentiert anschaulich die Länge der Verschiebung der Fließfläche.

$$\sigma = E\varepsilon_e = E(\varepsilon - \varepsilon_p) \quad (2.1)$$

$$\chi = c\varepsilon_{pe} = c(\varepsilon_p - \varepsilon_{pi}) \quad (2.2)$$

Die Größen ε_p und ε_{p_i} sind innere Variablen und werden aus den Evolutionsgleichungen

$$\dot{\varepsilon}_p = \dot{\lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \quad (2.3)$$

$$\dot{\varepsilon}_{p_i} = \dot{\lambda} \frac{b}{c} \chi = \dot{\lambda} b (\varepsilon_p - \varepsilon_{p_i}) \quad (2.4)$$

bestimmt, wobei $\dot{\lambda}$ aus den *Kuhn-Tucker Bedingungen*

$$\dot{\lambda} \geq 0, \quad \Phi \leq 0, \quad \dot{\lambda} \Phi = 0 \quad (2.5)$$

folgt.

2.2 Kontinuumsmechanische Erweiterung

Im Folgenden wird die Erweiterung des rheologischen Modells für große Verformungen erläutert. In Analogie zur additiven Zerlegung der Dehnungen in Abschnitt 2.1 wird der *Deformationsgradient* \mathbf{F} in einen elastischen und einen plastischen Anteil zerlegt:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_e \mathbf{F}_p \quad (2.6)$$

Analog zu ε_p wird auch \mathbf{F}_p in einen elastischen und einen inelastischen Anteil aufgeteilt:

$$\mathbf{F}_p = \mathbf{F}_{p_e} \mathbf{F}_{p_i} \quad (2.7)$$

Da aufgrund des Prinzips der Unabhängigkeit vom Bezugssystem die *freie Helmholtz Energie* ψ nur von den elastischen Anteilen der Deformation abhängt, folgt

$$\psi = \psi_e(\mathbf{C}_e) + \psi_{kin}(\mathbf{C}_{p_e}) + \psi_{iso}(\kappa) \quad (2.8)$$

mit einem elastischen Teil (ψ_e), sowie Anteilen aufgrund kinematischer (ψ_{kin}) und isotroper Verfestigung (ψ_{iso}). Aus der Definition des *rechten Cauchy-Green Tensors* ($\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$) folgen die beiden Beziehungen

$$\mathbf{C}_e = \mathbf{F}_e^T \mathbf{F}_e = (\mathbf{F} \mathbf{F}_p^{-1})^T (\mathbf{F} \mathbf{F}_p^{-1}) = \mathbf{F}_p^{-T} \mathbf{F}^T \mathbf{F} \mathbf{F}_p^{-1} = \mathbf{F}_p^{-T} \mathbf{C} \mathbf{F}_p^{-1} \quad (2.9)$$

und

$$\mathbf{C}_{p_e} = \mathbf{F}_{p_e}^T \mathbf{F}_{p_e} = (\mathbf{F}_p \mathbf{F}_{p_i}^{-1})^T (\mathbf{F}_p \mathbf{F}_{p_i}^{-1}) = \mathbf{F}_{p_i}^{-T} \mathbf{F}_p^T \mathbf{F}_p \mathbf{F}_{p_i}^{-1} = \mathbf{F}_{p_i}^{-T} \mathbf{C}_p \mathbf{F}_{p_i}^{-1}. \quad (2.10)$$

κ beschreibt wie in Abschnitt 1.2.1 die akkumulierte plastische Dehnung. Die freie Helmholtz Energie kann nun in die *Clausius-Duhem Form* der Entropieungleichung

$$-\dot{\psi} + \mathbf{S} \cdot \frac{1}{2} \dot{\mathbf{C}} \geq 0 \quad (2.11)$$

aus der Thermodynamik eingesetzt und nach der Zeit abgeleitet werden. \mathbf{S} bezeichnet hierbei den *zweiten Piola-Kirchhoff Spannungstensor*. Die Zeitableitungen von \mathbf{C}_e und \mathbf{C}_{p_e} ergeben sich aus der Produktregel.

Aufgrund der Annahme, dass $\psi_e(\mathbf{C}_e)$ und $\psi_{kin}(\mathbf{C}_{p_e})$ isotrope¹ Funktionen sind, folgt, dass sie nur von den Invarianten von \mathbf{C}_e bzw. \mathbf{C}_{p_e} abhängen sowie die Symmetrie der Tensoren $\mathbf{C}_e \frac{\partial \psi_e}{\partial \mathbf{C}_e}$ und $\mathbf{C}_{p_e} \frac{\partial \psi_{kin}}{\partial \mathbf{C}_{p_e}}$. Mit den symmetrischen Anteilen \mathbf{d}_p und \mathbf{d}_{p_i} der Geschwindigkeitsgradienten folgt die endgültige Form der Clausius-Duhem Ungleichung

$$\underbrace{(\mathbf{S} - 2\mathbf{F}_p^{-1} \frac{\partial \psi_e}{\partial \mathbf{C}_e} \mathbf{F}_p^{-T})}_{=\mathbf{S}} \cdot \frac{1}{2} \dot{\mathbf{C}} + \underbrace{(2\mathbf{C}_e \frac{\partial \psi_e}{\partial \mathbf{C}_e})}_{=:\mathbf{M}} - \underbrace{2\mathbf{F}_{p_e} \frac{\partial \psi_{kin}}{\partial \mathbf{C}_{p_e}} \mathbf{F}_{p_e}^T}_{=:\chi} \cdot \mathbf{d}_p + \underbrace{(2\mathbf{C}_{p_e} \frac{\partial \psi_{kin}}{\partial \mathbf{C}_{p_e}})}_{=:\mathbf{M}_{kin}} \cdot \mathbf{d}_{p_i} - \underbrace{\frac{\partial \psi_{iso}}{\partial \kappa}}_R \dot{\kappa} \geq 0 \quad (2.12)$$

welche für beliebige thermodynamische Prozesse (also für beliebige \mathbf{d}_p , \mathbf{d}_{p_i} , $\dot{\mathbf{C}}$ und $\dot{\kappa}$) erfüllt sein muss. Der zweite Piola-Kirchhoff Spannungstensor \mathbf{S} wird nun so gewählt, dass der erste Term der Ungleichung entfällt. Mit Hilfe des *Mandel Spannungstensors* \mathbf{M} , dem *Spannungstensor* \mathbf{M}_{kin} , der *Rückspannung* χ und der *Schleppspannung* R verbleibt schließlich

$$(\mathbf{M} - \chi) \cdot \mathbf{d}_p + \mathbf{M}_{kin} \cdot \mathbf{d}_{p_i} + R\dot{\kappa} \geq 0 \quad (2.13)$$

was auch als *Restungleichung* bezeichnet wird. Evolutionsgleichungen, welche diese Bedingung erfüllen, werden in [2] in Anlehnung an Armstrong-Frederick gegeben und geprüft:

$$\mathbf{d}_p = \dot{\lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{M}} = \dot{\lambda} \frac{\mathbf{M}^D - \chi^D}{\|\mathbf{M}^D - \chi^D\|} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{d}_{p_i} = \dot{\lambda} \frac{b}{c} \mathbf{M}_{kin}^D \quad (2.15)$$

¹ $f(\mathbf{Q}\mathbf{T}\mathbf{Q}^T) = f(\mathbf{T})$

$$\dot{\kappa} = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\lambda} \quad (2.16)$$

Die Fließfunktion gemäß von Mises hat die Form

$$\Phi = \|\mathbf{M}^D - \chi^D\| - \sqrt{\frac{2}{3}}(\sigma_y - R), \quad (2.17)$$

wobei ein hochgestelltes D den Spannungsdeviator² des Tensors kennzeichnet. Der Spannungsdeviator ist der Tensor abzüglich des Anteils, welcher durch hydrostatischen Druck ($p = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}$) verursacht wird.

Die bisher hergeleiteten Gleichungen beziehen sich auf verschiedene Konfigurationen, so ist beispielsweise der zweite Piola-Kirchhoff Spannungstensor bezüglich des undeformierten Zustandes definiert und die symmetrischen Anteile der Geschwindigkeitsgradienten beziehen sich auf Zwischenkonfigurationen. Deshalb ist es nötig, alle Größen in Bezug auf die Referenzkonfiguration darzustellen (siehe [2]).

Zusammenfassend werden folgende (Un-)Gleichungen benötigt:

- Der zweite Piola-Kirchhoff Spannungstensor \mathbf{S} , die Rückspannung \mathbf{X} und die beiden Spannungsartigen Größen \mathbf{Y} und \mathbf{Y}_{kin}

$$\mathbf{S} = 2\mathbf{F}_p^{-1} \frac{\partial \Psi_e}{\partial \mathbf{C}_e} \mathbf{F}_p^{-T} \quad \mathbf{X} = 2\mathbf{F}_{p_i}^{-1} \frac{\partial \Psi_{kin}}{\partial \mathbf{C}_{p_e}} \mathbf{F}_{p_i}^{-T} \quad \mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{S} - \mathbf{C}_p \mathbf{X} \quad \mathbf{Y}_{kin} = \mathbf{C}_p \mathbf{X} \quad (2.18)$$

- Die Evolutionsgleichungen für die rechten Cauchy-Green Tensoren \mathbf{C}_p und \mathbf{C}_{p_i} , sowie für die akkumulierte plastische Dehnung κ

$$\dot{\mathbf{C}}_p = 2\dot{\lambda} \frac{\mathbf{Y}^D \mathbf{C}_p}{\sqrt{\mathbf{Y}^D \cdot (\mathbf{Y}^D)^T}} \quad \dot{\mathbf{C}}_{p_i} = 2\dot{\lambda} \frac{b}{c} \mathbf{Y}_{kin}^D \mathbf{C}_{p_i} \quad \dot{\kappa} = \frac{2}{3} \dot{\lambda} \quad (2.19)$$

- Die Fließfunktion Φ und die Schleppspannung R

$$\Phi = \|\mathbf{M}^D - \chi^D\| - \sqrt{\frac{2}{3}}(\sigma_y - R) \quad R = -Q(1 - e^{-\beta\kappa}) \quad (2.20)$$

- Die Kuhn-Tucker Bedingungen

$$\dot{\lambda} \geq 0 \quad \Phi \leq 0 \quad \dot{\lambda} \Phi = 0 \quad (2.21)$$

\mathbf{C}_p , \mathbf{C}_{p_i} und κ sind innere Variablen und können somit von außen nicht beobachtet bzw. gemessen werden.

² $\mathbf{A}^D = \mathbf{A} - \frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{A}) \mathbf{1}$

Bisher wurde die Form der freien Helmholtz Energie nicht vorgegeben, sodass die Gleichungen (2.18) bis (2.21) allgemeine Gültigkeit besitzen. Durch das Vorgeben einer Form für ψ , wie beispielsweise der Neo-Hook'schen Form, ergeben sich spezielle Formulierungen für den zweiten Piola-Kirchhoff Spannungstensor \mathbf{S} und die Rückspannung \mathbf{X} (siehe [2]).

3 Numerische Implementierung

Im Weiteren wird die Verwendung der in Kapitel 2 vorgestellten Gleichungen in der *Finite-Elemente-Methode* behandelt. Fokus liegt auf der Lösung der Evolutionsgleichungen in der Form

$$\dot{\mathbf{Y}}(t) = \mathbf{Z}(\mathbf{Y}(t), t) \mathbf{Y}(t) \quad (3.1)$$

und der Betrachtung, ob plastische Inkompressibilität

$$\det \mathbf{C}_p = 1 \quad (3.2)$$

korrekt abgebildet werden kann.

3.1 Rückwärts-Euler-Verfahren

Das *Rückwärts-Euler-Verfahren* ist ein *implizites*, numerisches Verfahren zur Lösung eines Anfangswertproblems. Es verwendet zur Approximation des Ableitungsterms den *Differenzenquotienten*

$$\dot{\mathbf{Y}}_{n+1} = \frac{\mathbf{Y}_{n+1} - \mathbf{Y}_n}{\Delta t}, \quad (3.3)$$

welcher eingesetzt in Gleichung (3.1) zu der Diskretisierung

$$\mathbf{Y}_{n+1} = \mathbf{Y}_n + \mathbf{Z}_{n+1} \mathbf{Y}_{n+1} \Delta t \quad (3.4)$$

führt. Diese Formulierung kann die in Gleichung (3.2) geforderte plastische Inkompressibilität im Allgemeinen nicht erfüllen und führt somit bei großer Schrittweite zu erheblichen Fehlern in der numerischen Lösung. Bei der Diskretisierung mit sehr kleinen Zeitschritten führt das Rückwärts-Euler-Verfahren jedoch zu ausreichend genauen Ergebnissen.

3.2 Modifiziertes Rückwärts-Euler-Verfahren

Um das Defizit des klassischen Rückwärts-Euler-Verfahren in der vorliegenden Problemstellung zu beheben, wird die gewünschte plastische Inkompressibilität als weitere Gleichung

$$\det \mathbf{Y}_{n+1} = 1 \quad (3.5)$$

des Systems hinzugefügt. Zusätzlich wird mit γ eine neue skalare Variable eingeführt, um eine Überbestimmtheit des Systems zu vermeiden. Das modifizierte Rückwärts-Euler-Verfahren verwendet die Diskretisierung einer neuen inneren Variable $\tilde{\mathbf{Y}}$ gemäß (3.4)

$$\tilde{\mathbf{Y}}_{n+1} = \mathbf{Y}_n + \mathbf{Z}_{n+1} \mathbf{Y}_{n+1} \Delta t \quad (3.6)$$

mit der gleichmäßigen Skalierung

$$\mathbf{Y}_{n+1} = \gamma \tilde{\mathbf{Y}}_{n+1}, \quad (3.7)$$

welche in jedem Zeitschritt die Einhaltung der plastischen Inkompressibilität gemäß Gleichung (3.2) gewährleistet.

Das modifizierte Rückwärts-Euler-Verfahren führt zu guten Resultaten und ist schnell und einfach zu implementieren, da nur eine zusätzliche Bedingung berücksichtigt werden muss.

3.3 Exponential Map Algorithmus

In der Literatur wurde gezeigt, dass sich der *Exponential Map Algorithmus* zur Integration von Evolutionsgleichungen *deviatorischer* Art eignet. Aus ihm folgt angewandt auf den Gleichungstyp (3.1) die implizite Integrationsformel

$$\mathbf{Y}_{n+1} = e^{\Delta t \mathbf{Z}_{n+1}} \mathbf{Y}_n. \quad (3.8)$$

Mit Hilfe der Identität $\det(e^{\mathbf{Z}}) = e^{\text{tr}(\mathbf{Z})}$ folgt

$$\det(\mathbf{Y}_{n+1}) = \det(e^{\Delta t \mathbf{Z}_{n+1}} \mathbf{Y}_n) = e^{\text{tr}(\Delta t \mathbf{Z}_{n+1}^D)} \cdot \det(\mathbf{Y}_n) = \det(\mathbf{Y}_n) = 1, \quad (3.9)$$

sodass die Forderung nach plastischer Inkompressibilität gemäß Gleichung (3.2) automatisch erfüllt wird.

Von den vorgestellten Algorithmen ist der Exponential Map Algorithmus der genaueste und führt auch bei großen Schrittweiten zu einem sehr guten Ergebnis. Er ist jedoch relativ komplex zu implementieren, da in jeder lokalen Iteration die Lösung eines Eigenwertproblems nötig ist (siehe [2]).

Literaturverzeichnis

- [1] EDUARDO DE SOUZA, NETO DJORDJE PERIC UND DAVID OWEN: *Computational methods for plasticity – theory and applications*. Wiley, 2008
- [2] IVAYLO VLADIMIROV, MICHAEL PIETRYGA UND STEFANIE REESE: On the modelling of non-linear kinematic hardening at finite strains with application to springback – comparison of time integration algorithms. In: *International journal for numerical methods in engineering* 75 (2007), S. 1–28
- [3] J. SIMO UND T. HUGHES ; J. MARSDEN UND L. SIROVICH (Hrsg.): *Interdisciplinary applied mathematics*. Bd. 7: *Computational inelasticity*. Springer, 1998
- [4] STEFANIE REESE: *Vorlesungsunterlagen Werkstoffmechanik*. 2013
- [5] WULF DETTMER UND STEFANIE REESE: On the theoretical and numerical modelling of Armstrong–Frederick kinematic hardening in the finite strain regime. In: *Computer methods in applied mechanics and engineering* 193 (2004), S. 87–116