

Ausarbeitung für CES-Seminar

Auslegung eines selbsttätigen Unwuchtausgleichs mittels Mehrkörpersimulation

Mowen Lu

26. 06. 2013

1. Motivation

Jeder um eine feststehende und nicht durch den Schwerpunkt gehende Achse rotierende starre Körper besitzt eine Unwucht, die zu Schwingung, Geräuschen und erhöhtem Verschleiß, bei hohen Drehzahlen sogar zur Zerstörung, führen kann. Wenn die Fertigungstoleranz zu einer zu großen Unwucht führt, muss ein Ausgleich der Massenverteilung individuell an diesem Körper erfolgen. Der Unwuchtausgleich ist ein Vorgang, durch den die Massenverteilung des Rotors korrigiert wird. Die Korrektur geschieht meistens manuell durch Ansetzen oder Wegnehmen von Material, und zwar so, dass die Summe der Fliehkräfte – und damit die Summe der Unwuchten – Null wird. Ändert sich der Wuchtzustand einer Maschine (z.B. bei einer Werkzeugspindel durch Wechseln des Werkzeugs), so ist ein selbsttätiger (automatisch und passiv) Ausgleich wünschenswert.

Die Mehrkörpersimulation (MKS) ist eine Methode der numerischen Simulation, bei der reale Mehrkörpersysteme durch mehrere unverformbare Körper abgebildet werden. Zusätzlich wird die Bewegungsfähigkeit der Körper zueinander durch idealisierte kinematische Gelenke eingeschränkt.

In dieser Ausarbeitung wird eine Methode vorgestellt, wie die statische Unwucht selbsttätig ausgewuchtet werden kann. Um die Wirkungsweise dieser Methode nachprüfen zu können wird ein Mehrkörpersimulationsmodell in einem kommerziellen Programm (MSC.ADAMS) implementiert, simuliert sowie optimiert.

2. Schwingungen durch statische Unwucht

Eine statische Unwucht entsteht, sofern die Drehachse nicht durch den Schwerpunkt des Rotationskörpers verläuft. Sie stellt einen Sonderfall der dynamischen Unwucht dar. Charakteristisch für eine statische Unwucht ist, dass die Ebene, in der die Unwucht liegt, mit der Radialebene des Schwerpunktes übereinstimmt und somit eine rechtwinklige Drehachse bei Drehung kreisförmige mechanische Schwingungen erzeugt.

Von den verschiedenen Arten der Schwingungen sind im Zusammenhang mit der

Auswuchttechnik vor allem die periodischen Schwingungen interessant. Bei ihnen ändert sich eine physikalische Größe mit der Zeit so, dass nach der Periodendauer T der gleiche Änderungsverlauf wieder beginnt.

Der einfachste Fall einer periodischen Schwingung ist die harmonische Schwingung, bei der sich die zeitliche Änderung der physikalischen Größe mit einer Sinus-Gleichung beschreiben lässt [1]:

$$x = \hat{x} \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Abb. 1 zeigt, eine Masse m , die über eine Feder mit der Steifigkeit c und einen Dämpfer mit dem Dämpfungsgrad D zum Gestell abgestützt ist. An der Masse läuft eine Unwucht ur mit der Winkelfrequenz Ω um. Ω wird im Folgenden stets für die Winkelfrequenz der Betriebsdrehzahl verwendet.

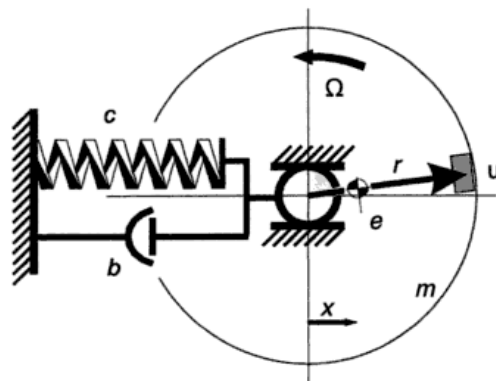


Abb. 1. Unwuchterregter Einmassenschwinger mit Dämpfung

Die Eigenkreisfrequenz des freischwingenden Systems ist:

$$\omega_e = \sqrt{\frac{c}{m}} \quad \text{rad/s}$$

Die Amplitude der Masse hat dann den in Abb. 2 gezeigten charakteristischen Verlauf.

Für den Dämpfungsgrad $D = 0$ steigt die bezogene Amplitude $A = \frac{\hat{x}}{u \cdot \frac{r}{m}}$ von dem

Wert 0 erst quadratisch mit der Drehzahl an bis unendlich, dann fällt sie wieder ab und nähert sich langsam dem Wert 1. Der Verlauf lässt sich in drei Gebieten unterteilen: „unterkritisch“, „kritisch“ und „überkritisch“ [2]. Diese werden unten beschrieben. Mit wachsendem Dämpfungsgrad verschiebt sich die maximale Amplitude von $\Omega/\omega_e = 1$ zu niedrigen Werten.

Die allgemeine Gleichung für die Amplitude \hat{x} lautet:

$$\hat{x} = \frac{\left(\frac{\Omega}{\omega_e}\right)^2}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_e}\right)^2\right]^2 + 4D^2 \left(\frac{\Omega}{\omega_e}\right)^2}} \frac{ur}{m}$$

Für den Dämpfungsgrad $D = 0$ wird die Gleichung wie folgt beschrieben:

$$\hat{x} = \frac{\left(\frac{\Omega}{\omega_e}\right)^2}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega_e}\right)^2} \frac{ur}{m}$$

Für kleine Erregerfrequenzen gegenüber der Eigenfrequenz („unterkritisch“) kann im Nenner der zweite Term $\left(\frac{\Omega}{\omega_e}\right)^2$ gegen 1 vernachlässigt werden. Wenn die Erregerfrequenz gleich der Eigenfrequenz („kritisch“) ist, wird der Nenner zu null, der Quotient – und damit die Amplitude des Schwingers – unendlich groß. Wenn die Erregerfrequenz wesentlich größer ist als die Eigenfrequenz („überkritisch“), kann im Nenner die Eins vernachlässigt werden.

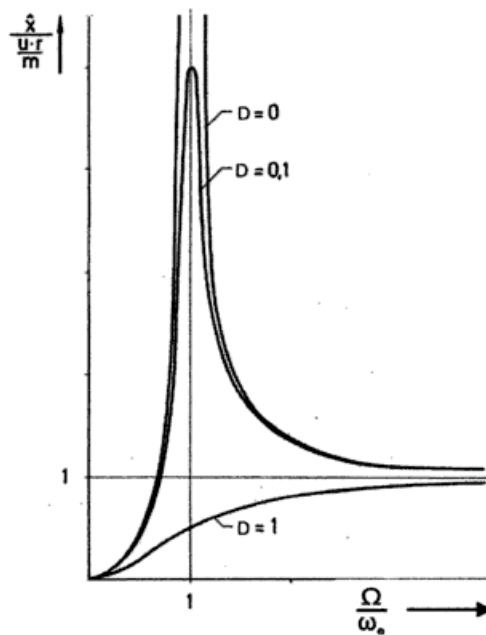


Abb. 2. Amplitudenverlauf beim Einmassenschwinger

Im überkritischen Bereich schwingt somit das System mit einer konstanten Amplitude, unabhängig von der Drehzahl. Die Massenkraft des bewegten Systems und die unwuchtbedingte Fliehkraft halten sich die Waage. Dadurch bleibt der Gesamtschwerpunkt der Masse m und u still.

3. Methode des selbsttätigen Auswuchtens

Wenn an einem vollkommen ausgewuchteten Rotor eine einzelne Unwucht in der Radialebene angebracht wird, wo sein Schwerpunkt liegt, so spricht man von einer statischen Unwucht.

Der Unwuchtausgleich ist ein Vorgang, durch den die Massenverteilung des Rotors korrigiert wird. Die Korrektur erfolgt normalerweise durch Hinzufügen von Material auf der gegenüberliegenden Seite der Unwucht oder durch Wegnehmen von Material auf der gleichen Seite, damit die Summe der Fliehkräfte – die Summe der Unwuchten – gleich Null ist. Diese Art des Ausgleichs, bei der entsprechend der jeweiligen Lage der Unwucht jeder Winkel benutzt werden kann, heißt polaren Ausgleich. Man kann die Ausgleichsebene so beschreiben:

$$\vec{U} \pm u_a \vec{r}_a = 0$$

Der Ausgleichsradius kann beliebig gewählt werden. Die Ausgleichsmasse wird dann entsprechend berechnet:

$$u_a = \frac{U}{r_a}$$

oder umgekehrt:

$$r_a = \frac{U}{u_a}$$

Das Produkt der Ausgleichsmasse u_a und des Ausgleichradius r_a muss gleich der Unwucht \vec{U} des Rotors sein. Wird die Richtung mit berücksichtigt, so wird klar, dass der Ausgleich nur im gleichen Winkel wie die Unwucht oder entgegengesetzt erfolgen kann [2] (Abb. 3).

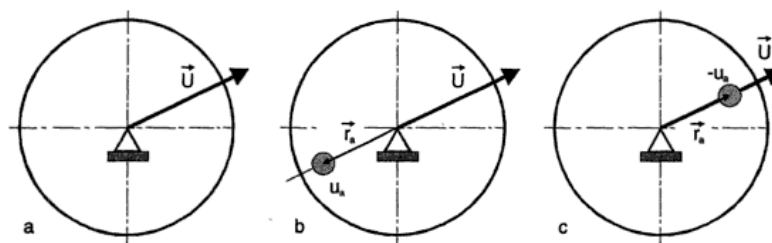


Abb. 3. Ausgleich einer Unwucht

Das Hinzufügen bzw. Wegnehmen von Material erfolgt in der Regel manuell. In dieser Arbeit wird eine Methode vorgestellt, wie ein Rotor automatisch und passiv selbsttätig ausgewuchtet werden kann. Wie in Abb. 4 gezeigt, wird ein Ringkanal auf den Rotor mit statischer Unwucht aufgebaut. In dem Ringkanal befinden sich mindestens zwei Kugeln, die sich als Ausgleichsmassen frei ausrichten können. Die resultierenden

Fliehkräfte der beiden Kugeln gleichen gerade die Fliehkraft der Unwucht aus. Wenn der Rotor bei hohen Drehzahlen dreht, schwingt er zuerst stark aufgrund der Unwucht. Die beiden Kugeln bewegen sich in den Ringkanal um den Ausgleich zu finden. Sobald der Ausgleich gefunden ist, bewegen sich die Kugeln nicht mehr relativ zueinander. Mit verschiedenen Massegrößen ändert sich der Endwinkel zwischen den beiden Kugeln, sodass ein neuer Ausgleich gebildet wird. Hierzu befindet sich in dem Ringkanal, wo die Kugeln liegen, ein Dämpfungsmittel, z. B. Öl, welches so dimensioniert sein soll, dass es bei einer bestimmten Drehzahl unterhalb eines Resonanzbereiches des Rotors in der Lage ist, die Kugeln nicht mit richten zu lassen.

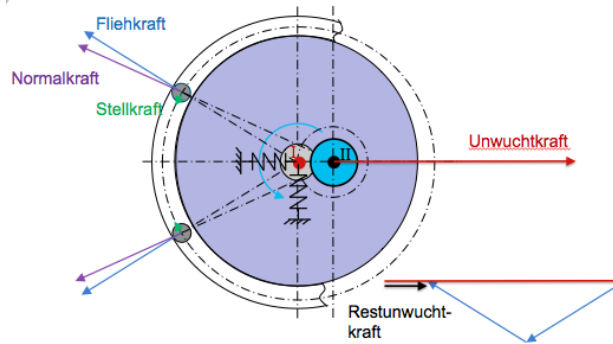


Abb. 4. Ausgleich der Unwucht durch freibewegte Kugeln

4. Grundlage der Mehrkörpersimulation

Die mathematischen Grundlagen der Mehrkörperdynamik haben Newton, Euler, d'Alembert, Lagrange und Hamilton geschaffen. Bei den Mehrkörpersystemen (MKS) wurden zunächst nur starre Körper verwendet. Kommerzielle Programme zur Simulation von Mehrkörpersystemen wie z.B. MSC.ADAMS, RecurDyn oder Simpack bieten heutzutage die Möglichkeit, neben starren Körpern auch deformierbare Körper zu analysieren.

In der klassischen Mehrkörperdynamik erfolgt die Modellierung komplexer Systeme durch massebehaftete Körper und masselose Verbindungselemente. Die Berücksichtigung elastischer Körper ist mit Aufwand verbunden und führt in der Regel zu deutlich längerer Rechenzeit. In einigen Fällen können elastische Bauteile durch mehrere starre Körper, die durch Federn und Dämpfer verbunden sind, nachgebildet werden. Solche Ersatz-Modelle werden als „Lumped mass“ Systeme bezeichnet.

Position und Orientierung eines starren Körpers im Raum können durch einen Ortsvektor und eine Drehmatrix eindeutig festgelegt werden [3]. Der Ortsvektor r_{OS} gibt dabei die Lage des körperfesten Punktes S an, und die Drehmatrix A_{OK} beschreibt die momentanen Richtungen eines körperfesten Koordinatensystems K gegenüber dem Koordinatensystem O . Jeder weitere Punkt P auf dem Körper ist dann durch die Vektorkette

$$r_{OP,O} = r_{OS,O} + A_{OK} r_{SP,K}$$

festgelegt, wobei der Vektor $r_{SP,K}$ mit

$$r_{SP,K} = \text{const.}$$

im körperfesten Koordinatensystem die Lage von P gegenüber S angibt.

Die zeitliche Ableitung von $r_{0P,0} = r_{0S,0} + A_{0K} r_{SP,K}$ liefert mit

$$\dot{r}_{0P,0} = \dot{r}_{0S,0} + \dot{A}_{0K} \cdot r_{SP,K} + A_{0K} \cdot \dot{r}_{SP,K}$$

die Geschwindigkeit des Punktes P gegenüber dem Inertialsystem 0 .

Man erhält den Impulssatz $m \cdot \dot{v}_{0S,0} = F_{S,0}$, der die Bewegung des Massenmittelpunktes S unter dem Einfluss der resultierenden äußeren Kraft F beschreibt.

Analog zum Impuls und zum Impulssatz kann der auf den Massenmittelpunkt S bezogene Drall

$$d_s = T_s \cdot \omega_{0K}$$

definiert und durch den Drallsatz

$$\frac{d}{dt} d_{s,0} = M_{s,0}$$

formuliert werden. Dazu gibt ω_{0K} die Winkelgeschwindigkeit des körperfesten Koordinatensystems K gegenüber dem Inertialsystem 0 an und beschreibt $M_{s,0}$ das resultierende Moment aus allen äußeren Belastungen bezüglich des Massenmittelpunktes. T_s stellt den Trägheitstensor [3] dar.

Die Dynamik eines starren Körpers wird durch den Impuls- und Drallsatz beschrieben.

Differential-algebraische Systeme in der Form

$$\begin{aligned} \dot{y} &= K(y_G)z \\ M(y_G)\dot{z} &= q^e(y, z) + G^T \lambda \quad \text{mit} \quad G = \frac{\partial g(y)}{\partial y} K(y) \\ 0 &= g(y) \end{aligned}$$

beschreiben die Dynamik eines Mehrkörpersystems in der allgemeinsten Form. Können alle Zwangskräfte eliminiert werden, dann verschwinden die Lagrange-Multiplikatoren $\lambda = 0$. Weiterhin vereinfacht sich die Form zu einem System gewöhnlicher Differentialgleichungen, weil die Bindungsgleichung $0 = g(y)$ entfällt [3].

5. Parameteroptimierung

Mehrkörpersysteme werden durch eine Vielzahl von Parametern (geometrischen Abmessungen, Steifigkeiten, Dämpfungen etc.) beschrieben. Einige dieser Parameter

sind funktions- oder materialbedingt fest, andere können zumindest in bestimmten Bereichen verändert und so das dynamische Verhalten des Systems optimiert werden. Optimale Parameter

$$p_1^{opt}, p_2^{opt}, p_3^{opt}, \dots, p_n^{opt}$$

können dann berechnet werden, wenn das gewünschte Systemverhalten durch das Minimum eines Gütekriteriums

$$g(p_1, p_2, p_3, \dots, p_n) \rightarrow Min.$$

festgelegt werden kann. Durch entsprechende Algorithmen können die Parameter so bestimmt werden, dass das Gütefunktional minimal ist.

6. Tool-Anwendung

MSC.ADAMS ist eines der leistungsfähigsten Mehrkörpersimulationsprogramme für kinematische und kinetische Analysen. Das Bewegungsverhalten von 3-dimensionalen mechanischen Systemen kann realitätsgetreu simuliert und animiert dargestellt werden.

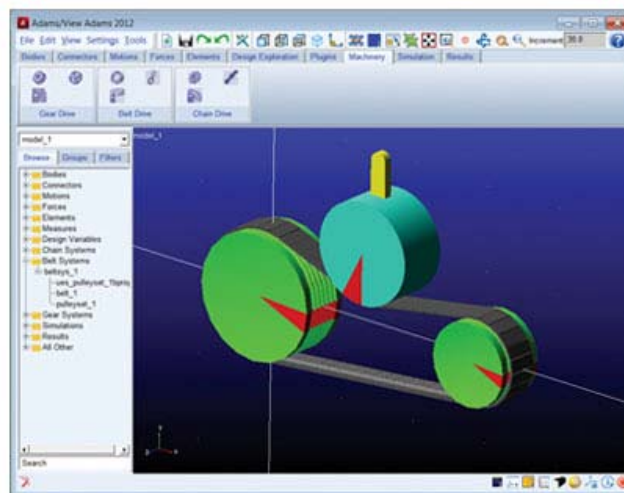


Abb. 5. Benutzeroberfläche von MSC. ADAMS/View

Abb. 5 zeigt die Benutzeroberfläche von MSC. ADAMS/View. In der Bibliothek stehen verschiedene starre Körper und Bindungselemente zur Verfügung, durch die ein Modell gebildet werden kann. Des Weiteren werden zur Simulation zusätzlich eine äußere Kraft oder ein Antrieb definiert.

Eine alternative Methode zur Modellierung und Simulation erfolgt durch den Einsatz von Makro-Code. Mittels Marcos können sowohl Geometrie, wie auch aktive und passive Elemente modelliert werden. Vorteilhaft ist hierbei, Schleife etc. leicht einzubringen. Standard-Bauteile können als TXT-Datei abgelegt und über Marcos eingespielt werden. In dieser Arbeit wird das Modell durch Marco gebildet.

Die implementierten Makro-Funktionen können in ADAMS über *Tools/Macro/Edit/New* aufgerufen werden. Zuerst sollen die Einheiten, die Art des Koordinatensystems und die Reihenfolge der Drehungen um die Achsen als Grundeinstellungen definiert werden. Danach sind alle Variablen, die im Modell verwendet werden, einzustellen. Die starren Körper, Bindungselemente, äußere Kräfte und der Antrieb können durch bestimmte Code-Form erstellt werden. Die Ergebnisse, der Simulation werden aufgenommen und grafisch dargestellt. Unter *Simulate/Simulation Script/New* kann ein Simulationsskript erstellen werden, in dem die Simulationsdauer und die Anzahl der Output-Steps eingestellt werden.

7. Modell und Ergebnisse

Wie im Abschnitte 3 beschrieben besteht das Modell aus einer Bodenplatte, einem Rotor mit Antrieb, einer Unwucht und zwei Kugeln im Ringkanal. Die beiden Kugeln werden im Ringkanal frei ausgerichtet. Abb. 6 zeigt das Modell, das im Programm MSC.ADAMS erstellt wird. Der blaue Teil stellt die Bodenplatte dar. Die Verbindung zwischen der Bodenplatte und den Boden wird durch zwei Gelenke mit parametrisierten Feder-Dämpfer-Elementen implementiert. Durch einen Drehgelenk wird der Rotor mit der Bodenplatte verbunden. Auf dem Rotor wird eine Unwucht festgelegt. Um den Ringkanal darzustellen wird jeder Kugel mit einer Seite des ihm ausgestatteten Drehgelenks verbunden, wobei die andere Seite beider Drehgelenke mit dem Rotor verbunden ist.

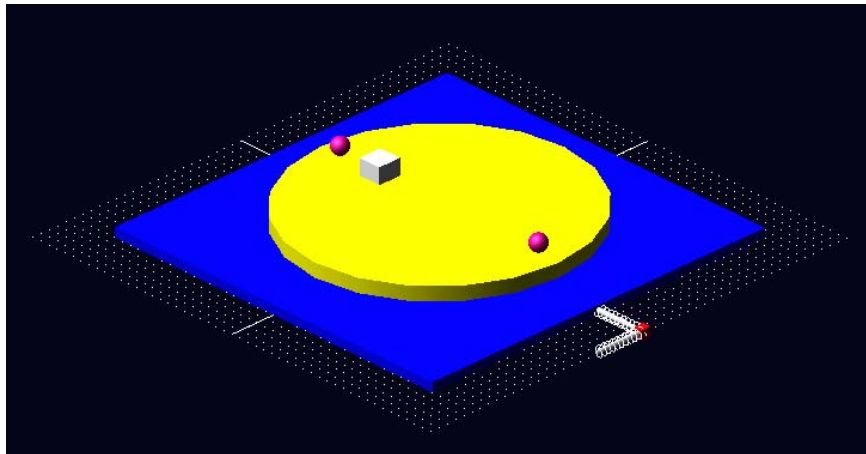


Abb. 6. Modell der Auswuchte

Die Simulation dauert 40 Sekunden. Die Anzahl der Output-Steps wird im Simulationsskript auf 4000 gesetzt.

Der Antrieb wird durch folgenden Makro-Code definiert:

```
function = "HAVSIN(TIME,0,0,10,((500)*2*PI/60))"
```


$HAVSIN(x, x_0, h_0, x_1, h_1)$ repräsentiert eine Haversine-Funktion, die einen ruckfreien Übergang zwischen zwei verschiedenen Funktionswerten ermöglicht. x beschreibt die x -Achse. x_0 ist der Ausgangspunkt des Übergangs, h_0 der entsprechenden Funktionswert bei x_0 , x_1 beschreibt den Endpunkt des Übergangs und h_1 den entsprechenden zweiten Funktionswert bei x_1 . Wie in Abb. 7 gezeigt, beschleunigt der Rotor bis 500 U/Min innerhalb von 10 Sekunden, danach bleibt die Winkelgeschwindigkeit konstant.

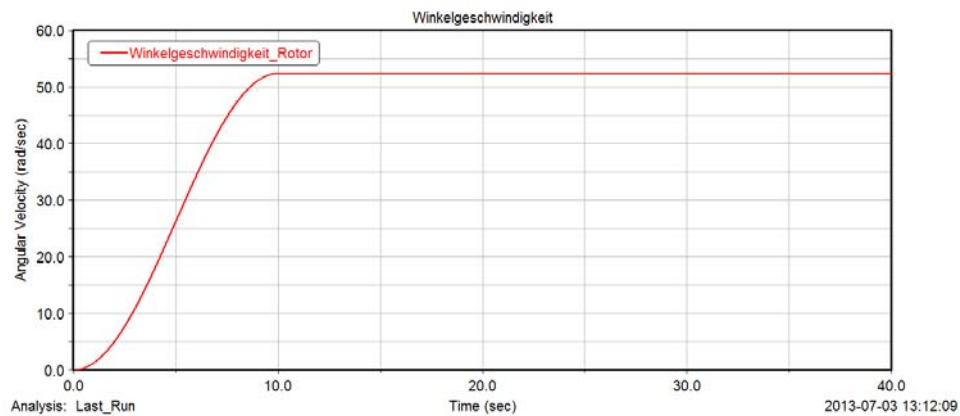


Abb. 7. Winkelgeschwindigkeit des Rotors

Aufgrund der großen Beschleunigung schwingt am Anfang der Simulation die Bodenplatte immer stärker. Die Kugeln für die Auswuchte werden zuerst nicht mit gerichtet, weil es im Ringkanal das Dämpfungsmittel - in diesem Modell Öl - gibt, das dieses unterdrückt. Sobald die Drehzahl des Rotors im überkritischen Bereich liegt, kann sich das System auswuchten. Somit wird das System ausgewuchtet. Abb. 8 zeigt den kompletten Auswuchtvorgang anhand der Bewegung der Bodenplatte.

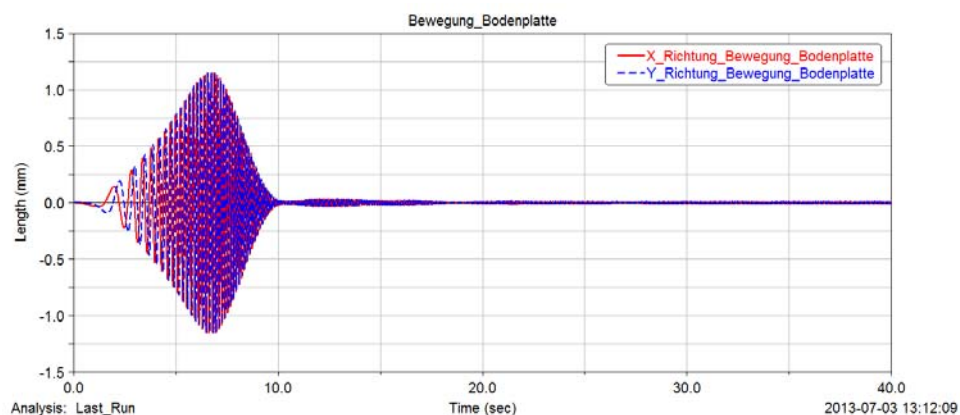


Abb. 8. Bewegung der Bodenplatte in zwei Richtungen

Aus der Abbildung ist es ersichtlich, dass die Bodenplatte ungefähr nach 10 Sekunden fast nicht mehr schwingt. Dies bedeutet, das System wird ausgeglichen. Im Auswuchtzustand sollen die relativen Positionen der beiden Kugeln nicht mehr

geändert werden. Zur Untersuchung der Kugelpositionen werden zwei Messgrößen definiert, die die Winkel zwischen der jeweiligen Kugel und der Unwucht repräsentieren. Das Simulationsergebnis wird in Abb. 9 dargestellt. Die beiden Winkel bleiben, wie erwünscht, nach 10 Sekunden fast konstant.

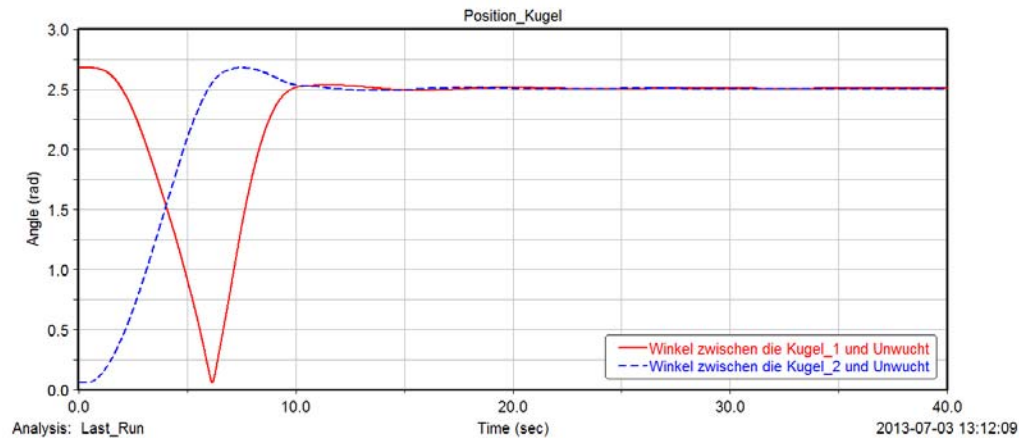


Abb. 9. Verlauf der Positionen der Kugeln

8. Zusammenfassung und Ausblick

Durch MKS Simulation kann die Funktionsweise des selbsttätigen Auswuchtmechanismus untersucht und die Systemparameter optimiert werden. Das Ergebnis zeigt, dass die beiden Kugeln im Ringkanal eine statische Unwucht ausgleichen können. Durch das Werkzeug MSC.ADAMS kann das Modell weiter verbessert werden. Die Suche der optimalen Parameter wie der Federkonstante und des Dämpfungskoeffizientes des Feder-Dämpfer-Elementes sowie der Viskosität des Öls kann durch die Anwendung des *Optimization-Tools* automatisch durchgeführt werden.

Literaturen

- [1] Manfred Knaebel, Helmut Jäger, Roland Mastel: Technische Schwingungslehre. B. G. Teubner Verlag
- [2] Hatto Schneider: Auswuchttechnik. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York
- [3] Georg Rill, Thomas Schaeffer: Grundlagen und Methodik der Mehrkörpersimulation. Vieweg+Teubner Verlag
- [4] L. Sperling, B. Ryzhik, Ch. Linz, H. Duckstein: Simulation of two-plane automatic balancing of a rigid rotor. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg