

Mathematische Grundlagen II (CES), SS 2013

Hausaufgabenübung Blatt 1

16.04.2011

Abgabe: 23.04.2013, 12:00 Uhr (Zettelkasten)

Hinweise zur Abgabe :

- Die Hausaufgaben sind **einzeln** abzugeben.
- Geben Sie auf Ihren Abgaben Ihren **Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und die **Nummer der Selbststreckenübungsgruppe**, der Sie sich zugeordnet haben, an.
- In Ihrem Interesse: **Tackern** Sie Ihre Abgaben. Lose Zettel können schnell verloren gehen - für den Verlust loser Zettel haften wir nicht!

Aufgabe 1. (Konvergenz von Funktionenfolgen)

Untersuchen Sie folgende Funktionenfolgen $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ hinsichtlich punktwiser sowie gleichmäßiger Konvergenz:

a) $f_n : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_n(x) = \sqrt[n]{x}$

Hinweis: $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{x} = 1 \quad \forall x > 0.$

b) $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_n(x) = (1 + n|x|)^{-1},$

c) $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_n(x) = \sqrt{\frac{1}{n} + x^2}.$

2+2+2

Aufgabe 2. (Konvergenz von Funktionenfolgen)

Untersuchen Sie für die folgende Funktionenfolgen $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ auf \mathbb{R} , ob die Beziehung

$$\frac{d}{dx} \left(\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{d}{dx} f_n(x) \right)$$

sinnvoll und gegebenenfalls korrekt ist.

a) $f_n(x) = \frac{\sin(n^2 x)}{n},$

b) $f_n(x) = \frac{\cos(n^2 x)}{n^3}.$

2+2

Aufgabe 3. (Interpolation mittels Lagrange)

Bestimmen Sie das Interpolationspolynom von f mithilfe von Lagrange-Polynomen.
Dazu seien die folgenden Funktionswerte f_i an den Stützstellen x_i gegeben:

x_i	-2	-1	0	2	3	4
f_i	-1	-2	0	2	6	7

3**Aufgabe 4. (Interpolationsformel)**

Sei $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x$, die Punkte x_0, \dots, x_9 seien gleichverteilt in $[0, \pi]$ und $P(f|x_0, \dots, x_9)$ sei das zugehörige Interpolationspolynom. Geben Sie eine einfache Fehlerabschätzung für den Interpolationsfehler auf $[0, \pi]$ an.

2